1MS geoVect

$\boxed{1.4.9}$

a) $\vec{a} \bullet \vec{b} = 2 \cdot 7 + (-5) \cdot 3 = 14 - 15 = -1$

$\Rightarrow$ $\vec{a}$ et $\vec{b}$ ne sont pas perpendiculaires.

b) $\vec{a} \bullet \vec{b} = 53 \cdot 41 + (-41) \cdot 53 = 0$

$\Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

c) $\vec{a} \bullet \vec{b} = -8 \cdot 6 + 3 \cdot 16 = -48 + 48 = 0$

$\Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

d) $\vec{a} \bullet \vec{b} = \frac{1}{2} \cdot 5 + \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{5}{2} - \frac{1}{4} \neq 0$

$\Rightarrow$ $\vec{a}$ et $\vec{b}$ ne sont pas perpendiculaires

$\boxed{1.4.10}$

1MS geoVect

a) $\vec{a} \bullet \vec{b} = 1 - 3 + 2 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

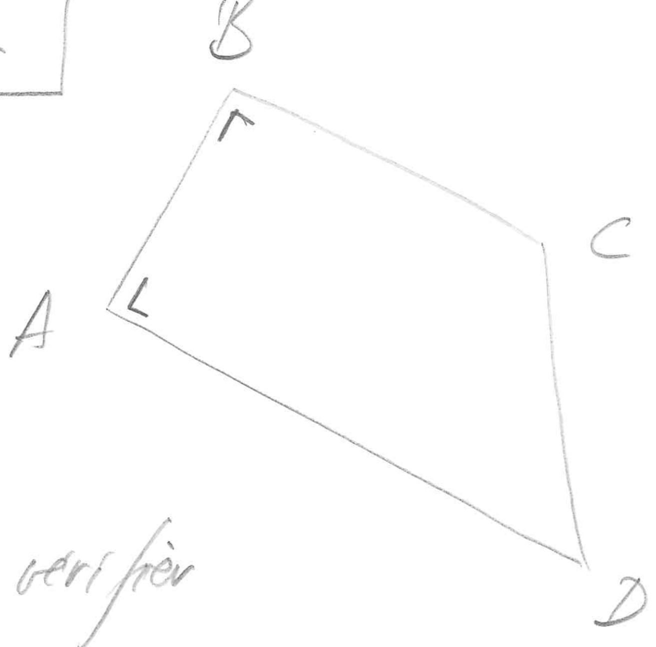
b) $\vec{a} \bullet \vec{b} = 12 + 0 - 12 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

c) $\vec{a} \bullet \vec{b} = 50 - 10 + 36 \neq 0 \Rightarrow \vec{a} \not\perp \vec{b}$

d) $\vec{a} \bullet \vec{b} = -2 + 14 - 12 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

1. 4. 12

1MS geoVect



On doit vérifier

que $\vec{AD} \perp \vec{AB}$ et que $\vec{AB} \perp \vec{BC}$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{AD} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{AD} \bullet \vec{AB} = 6 - 6 = 0 \Rightarrow \vec{AD} \perp \vec{AB}$

$\vec{AB} \bullet \vec{BC} = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{BC}$

$\Rightarrow$ Le trapèze est rectangle en A

Calcul de l'aire:

$$\frac{(\|\vec{AD}\| + \|\vec{BC}\|) \cdot \|\vec{AB}\|}{2} = \frac{(\sqrt{36+9} + \sqrt{16+4})}{2} \cdot \sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{2} \cdot \sqrt{5} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5} = \frac{25}{2} = \underline{\underline{12,5}}$$

$\boxed{1.4.14}$

1MS geoVect

a) $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} \bullet \left(\begin{pmatrix}35\\-7\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix}42\\-6\end{pmatrix} =$

$3 \cdot 42 + 4(-6) = 126 - 24 = 102$

b) $(\vec{a} \bullet \vec{b})\,\vec{b} = (15-4) \cdot \begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}55\\-11\end{pmatrix}$

c) $(15-4) + (0+3) = 11 + 3 = 14$

d) $\begin{pmatrix}8\\3\end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix} = 56 - 6 = 50$

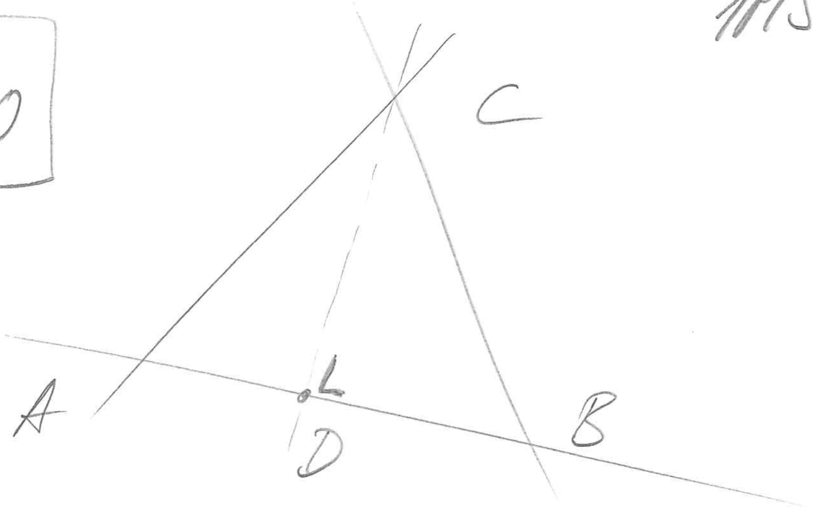
e) $\|\vec{d}\| = \sqrt{0+9} = 3$

$\|\vec{d}\| \cdot (\vec{a} \bullet \vec{d}) = 3 \cdot (0+12) = 36$

f) $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} + 34$ n'est pas défini!

$\boxed{1.4.20}$

1M5 geoVect



Pour que D soit le pied de la hauteur issue de C, il faut que:

$$\vec{AD} \bullet \vec{CD} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{BD} \bullet \vec{CD} = 0$$

Pour que D soit sur le segment AB, il faut que: $\vec{AB} = k \cdot \vec{AD}$

Posons $D = (x; y)$

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} x+7 \\ y+3 \end{pmatrix} \quad \vec{BD} = \begin{pmatrix} x-11 \\ y-3 \end{pmatrix} \quad \vec{CD} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AD} \bullet \vec{CD} = (x+7)(x-1) + (y+3)(y+4) = 0$$

$$\vec{BD} \bullet \vec{CD} = (x-11)(x-1) + (y-3)(y+4) = 0$$

$\boxed{1.4.20}_2$ 1MS geovect

On développe les expressions ci-dessus:

$$x^2+6x-7+y^2+7y+12=0$$

$$x^2-12x+11+y^2+y-12=0$$

On soustrait ces deux équations:

$$18x-18+6y+24=0$$

$$\Leftrightarrow 18x+6y+6=0$$

$$\Leftrightarrow 3x+y+1=0$$

$$\vec{AB}=\begin{pmatrix}18\\6\end{pmatrix}$$

$$\vec{AB}=k\cdot\vec{AD} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}18\\6\end{pmatrix}=k\begin{pmatrix}x+7\\y+3\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix}18=k(x+7)\\6=k(y+3)\end{matrix} \Leftrightarrow 3=\frac{x+7}{y+3}$$

$$\Leftrightarrow 3y+9=x+7 \Leftrightarrow x-3y-2=0$$

$\boxed{1.4.20}_3$

1MS geoVect

On doit donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x+y+1=0 \\ x-3y-2=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x+y+1=0 \\ 3x-9y-6=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 10y+7=0 \quad \Rightarrow y=-0,7$$

$$\Rightarrow \quad 3x-0,7+1=0 \quad \Rightarrow 3x=-0,3$$

$$\Rightarrow \quad x=-0,1$$